

Chapitre 10

Équations

Tableaux de compétences

Libre

Nombres rationnels

- | | | |
|---|----|---|
| ● | 14 | Résoudre un problème simple à une équation avec éventuellement des coefficients rationnels. |
|---|----|---|

Calcul littéral et équations

- | | | |
|---|----|---|
| ● | 24 | Passer d'une forme littérale à une autre. |
| ● | 25 | Manipuler des expressions littérales pour résoudre des équations. |
| ● | 26 | Calculer des valeurs numériques d'expressions littérales. |
| ● | 27 | Modéliser un problème par une expression littérale. |
| ● | 28 | Résoudre un problème simple modélisé par une équation de la forme $ax + b = cx + d$. |

Officiel

Effectuer des opérations

- | | | |
|---|----|--|
| ● | 17 | Effectuer la somme et la différence de deux fractions. |
| ● | 19 | Effectuer le produit et le quotient de deux fractions. |

Résoudre des problèmes

- | | | |
|---|----|---|
| ● | 26 | Résoudre des problèmes conduisant à une équation du premier degré à une inconnue à coefficients numériques. |
|---|----|---|

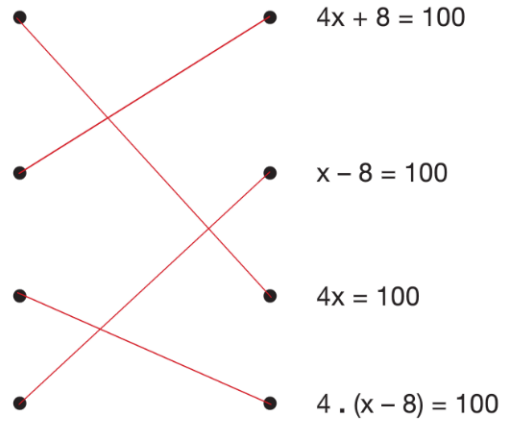
Expressions littérales

- | | | |
|---|----|--|
| ● | 29 | Écrire des expressions littérales pour exprimer des propriétés caractéristiques des nombres d'un même ensemble ou d'une suite. |
| ● | 35 | Réduire une expression littérale en additionnant les termes semblables. |
| ● | 36 | Utiliser la distributivité pour transformer un produit en une somme ou une différence. |
| ● | 38 | Établir et utiliser les propriétés fondamentales de l'égalité. |

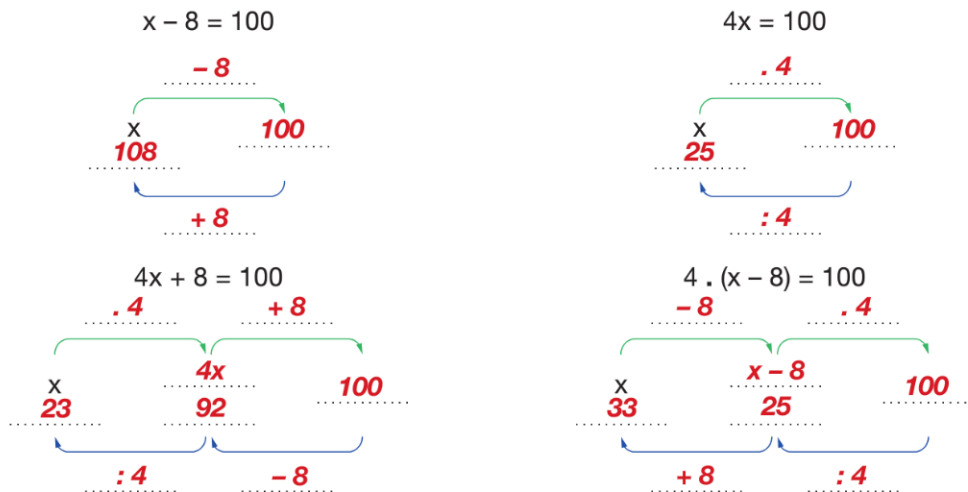
Activité 1 • Problèmes d'introduction

1 Associe à chacun des problèmes ci-dessous l'équation qui permettrait de le résoudre.

- a) Pour son 8^e anniversaire, Lisa a reçu la même somme d'argent de ses quatre oncles. À la fin de la journée, elle compte son petit trésor et constate qu'elle possède 100 €. Combien a-t-elle reçu de chaque oncle ?
- b) Laurent a acheté des places pour aller à un concert avec trois amis. On lui a rendu 8 € sur un billet de 100 €. Quel est le prix d'une place ?
- c) Anaïs pense à un nombre. Elle lui retire 8 et multiplie le résultat par 4; elle trouve alors 100. Quel est ce nombre ?
- d) Au 4^e jour des soldes d'été, après avoir subi une réduction de 8 €, un article est affiché 100 €. Quel était le prix avant les soldes ?



2 En utilisant les graphes, résous chacune des équations.



3 Donne la solution de chacune des équations et vérifie-la.

108 est solution de $x - 8 = 100$, car $108 - 8 = 100$

$100 = 100$

25 est solution de $4x = 100$, car $4 \cdot 25 = 100$

$100 = 100$

23 est solution de $4x + 8 = 100$, car $4 \cdot 23 + 8 = 100$

$100 = 100$

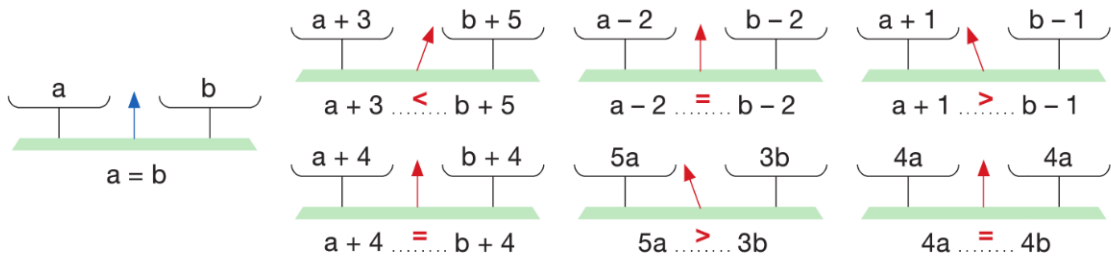
33 est solution de $4 \cdot (x - 8) = 100$, car $4 \cdot (33 - 8) = 100$

$4 \cdot 25 = 100$

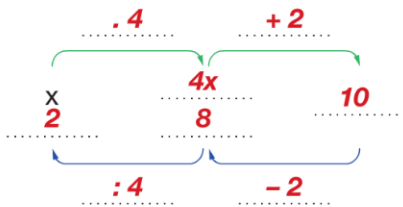
$100 = 100$

Activité 2 • Propriétés des égalités

- 1 La 1^{re} balance étant en équilibre, détermine si les autres le sont également. Si oui, trace la « flèche » de la balance verticalement; si non, trace-la en l'orientant vers le plateau le plus lourd. Dans chaque cas, remplace les pointillés par =, < ou >.



- 2 Résous l'équation $4x + 2 = 10$ par un graphe et vérifie la solution par calcul.



Si $x = 2$, alors $4 \cdot 2 + 2 = 10$

$8 + 2 = 10$

$10 = 10$

Sans résoudre et sans vérifier numériquement, explique pourquoi les équations ci-dessous ont la même solution que l'équation $4x + 2 = 10$.

$4x = 8$ *On a retiré 2 aux deux membres de l'égalité.*

$4x + 3 = 11$ *On a ajouté 1 aux deux membres de l'égalité.*

$8x + 4 = 20$ *On a multiplié par 2 les deux membres de l'égalité.*

$2x + 1 = 5$ *On a divisé par 2 les deux membres de l'égalité.*

$12x + 6 = 30$ *On a multiplié par 3 les deux membres de l'égalité.*

$4x + 7 = 15$ *On a ajouté 5 aux deux membres de l'égalité.*

$4x - 1 = 7$ *On a retiré 3 aux deux membres de l'égalité.*



- 3 Complète chaque équation pour que sa solution soit identique à celle de l'équation proposée.

$6x - 8 = 10$	$x + 4 = -5$	$8x + 12 = 4$	$2x - 4 = 0$
$6x = 18$	$2x + 8 = -10$	$-2x - 3 = -1$	$2x = 4$
$3x - 4 = 5$	$3x + 12 = -15$	$8x = -8$	$2x - 6 = -2$
$18x - 24 = 30$	$x + 9 = 0$	$8x - 3 = -11$	$x - 2 = 0$
$6x - 13 = 5$	$x - 6 = -15$	$6x + 9 = 3$	$6x - 12 = 0$

Activité 3 • Équations du type $x + a = b$

1 Pour chaque équation, écris l'égalité traduisant la propriété utilisée et note la valeur de x .

$$\begin{array}{l}
 x + 7 = 1 \\
 -7 \left[\begin{array}{l} x + 7 - 7 = 1 - 7 \\ \hline x = -6 \end{array} \right] -7 \\
 x = \dots -6 \dots
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 x - 9 = -2 \\
 +9 \left[\begin{array}{l} x - 9 + 9 = -2 + 9 \\ \hline x = 7 \end{array} \right] +9 \\
 x = \dots 7 \dots
 \end{array}$$

2 Pour chaque équation, complète les pointillés à côté des flèches, écris l'égalité traduisant la propriété utilisée et note la valeur de x .

$$\begin{array}{l}
 -3 + x = 7 \\
 +3 \left[\begin{array}{l} -3 + 3 + x = 7 + 3 \\ \hline x = 10 \end{array} \right] +3 \\
 x = \dots 10 \dots
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 8 = x + 2 \\
 -2 \left[\begin{array}{l} 8 - 2 = x + 2 - 2 \\ \hline 6 = x \end{array} \right] -2 \\
 \dots 6 \dots = x
 \end{array}$$



3 Résous les équations suivantes.

$x + 6 = -2$ $x + 6 - 6 = -2 - 6$ $x = -8$	$7 = x - 5$ $7 + 5 = x - 5 + 5$ $12 = x$	$-3 = -2 + x$ $-3 + 2 = -2 + 2 + x$ $-1 = x$
$x - \frac{1}{3} = 2$ $x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3}$ $x = \frac{6}{3} + \frac{1}{3}$ $x = \frac{7}{3}$	$\frac{1}{3} = x - \frac{1}{4}$ $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = x$ $\frac{7}{12} = x$	$4 + x = \frac{2}{5}$ $4 - 4 + x = \frac{2}{5} - 4$ $x = \frac{2}{5} - \frac{20}{5}$ $x = -\frac{18}{5}$

Activité 4 • Équations du type $ax = b$, $\frac{x}{a} = b$, ...

1 Pour chaque équation, écris l'égalité traduisant la propriété utilisée et note la valeur de x .

$$\begin{array}{l}
 3x = 18 \\
 :3 \left[\begin{array}{l} 3x : 3 = 18 : 3 \\ \hline x = 6 \end{array} \right] :3 \\
 x = \dots 6 \dots
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \frac{x}{5} = -2 \\
 \cdot 5 \left[\begin{array}{l} \frac{x}{5} \cdot 5 = -2 \cdot 5 \\ \hline x = -10 \end{array} \right] \cdot 5 \\
 x = \dots -10 \dots
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 -2x = 8 \\
 :(-2) \left[\begin{array}{l} -2x : (-2) = 8 : (-2) \\ \hline x = -4 \end{array} \right] :(-2) \\
 x = \dots -4 \dots
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 -3x = -27 \\
 :(-3) \left[\begin{array}{l} -3x : (-3) = -27 : (-3) \\ \hline x = 9 \end{array} \right] :(-3) \\
 x = \dots 9 \dots
 \end{array}$$

2 Pour chaque équation, complète les pointillés à côté des flèches, écris l'égalité traduisant la propriété utilisée et note la valeur de x .



$2x = -6$ $: 2 \left[\begin{array}{l} 2x : 2 = -6 : 2 \\ x = -3 \end{array} \right] : 2$	$-8 = \frac{x}{2}$ $. 2 \left[\begin{array}{l} -8 \cdot 2 = \frac{x}{2} \cdot 2 \\ -16 = x \end{array} \right] . 2$
---	--

3 Résous les équations suivantes.

$3x = -15$ $3x : 3 = -15 : 3$ $x = -5$	$\frac{x}{3} = -5$ $\frac{x}{3} \cdot 3 = -5 \cdot 3$ $x = -15$	$4x = \frac{8}{9}$ $4x : 4 = \frac{8}{9} : 4$ $x = \frac{2}{9}$
$-3 = \frac{x}{7}$ $-3 \cdot 7 = \frac{x}{7} \cdot 7$ $-21 = x$	$-3x = -5$ $-3x : (-3) = -5 : (-3)$ $x = \frac{5}{3}$	$\frac{1}{3} = 2x$ $\frac{1}{3} : 2 = 2x : 2$ $\frac{1}{6} = x$
$-7x = \frac{8}{3}$ $-7x : (-7) = \frac{8}{3} : (-7)$ $x = \frac{-8}{21}$	$\frac{x}{3} = \frac{5}{2}$ $\frac{x}{3} \cdot 3 = \frac{5}{2} \cdot 3$ $x = \frac{15}{2}$	$6 = \frac{x}{2}$ $6 \cdot 2 = \frac{x}{2} \cdot 2$ $12 = x$

4 Pour chaque équation, écris les égalités traduisant les propriétés utilisées et note la valeur de x .

$\frac{5x}{3} = 7$ $. 3 \left[\begin{array}{l} \frac{5x}{3} \cdot 3 = 7 \cdot 3 \\ 5x = 21 \end{array} \right] . 3$ $: 5 \left[\begin{array}{l} 5x : 5 = 21 : 5 \\ x = \frac{21}{5} \end{array} \right] : 5$	$\frac{-3x}{2} = 5$ $. 2 \left[\begin{array}{l} \frac{-3x}{2} \cdot 2 = 5 \cdot 2 \\ -3x = 10 \end{array} \right] . 2$ $: (-3) \left[\begin{array}{l} -3x : (-3) = 10 : (-3) \\ x = \frac{-10}{3} \end{array} \right] : (-3)$
--	---

5 Pour chaque équation, complète les pointillés à côté des flèches, écris les égalités traduisant les propriétés utilisées et note la valeur de x .



$-4 = \frac{2x}{3}$ $. 3 \left[\begin{array}{l} -4 \cdot 3 = \frac{2x}{3} \cdot 3 \\ -12 = 2x \end{array} \right] . 3$ $: 2 \left[\begin{array}{l} -12 : 2 = 2x : 2 \\ -6 = x \end{array} \right] : 2$	$\frac{-3x}{5} = 6$ $. 5 \left[\begin{array}{l} \frac{-3x}{5} \cdot 5 = 6 \cdot 5 \\ -3x = 30 \end{array} \right] . 5$ $: (-3) \left[\begin{array}{l} -3x : (-3) = 30 : (-3) \\ x = -10 \end{array} \right] : (-3)$
--	---

6 Résous les équations suivantes.

$\frac{3x}{5} = 12$ $\frac{3x}{5} \cdot 5 = 12 \cdot 5$ $3x = 60$ $3x : 3 = 60 : 3$ $x = 20$	$\frac{-2x}{7} = -6$ $\frac{-2x}{7} \cdot 7 = -6 \cdot 7$ $-2x = -42$ $-2x : (-2) = -42 : (-2)$ $x = 21$	$-7 = \frac{3x}{2}$ $-7 \cdot 2 = \frac{3x}{2} \cdot 2$ $-14 = 3x$ $-14 : 3 = 3x : 3$ $\frac{-14}{3} = x$
$\frac{2x}{5} = \frac{3}{7}$ $\frac{2x}{5} \cdot 5 = \frac{3}{7} \cdot 5$ $2x = \frac{15}{7}$ $2x : 2 = \frac{15}{7} : 2$ $x = \frac{15}{14}$	$\frac{-x}{3} = \frac{7}{2}$ $\frac{-x}{3} \cdot 3 = \frac{7}{2} \cdot 3$ $-x = \frac{21}{2}$ $-x : (-1) = \frac{21}{2} : (-1)$ $x = \frac{-21}{2}$	$\frac{-5}{7}x = \frac{-10}{3}$ $\frac{-5x}{7} \cdot 7 = \frac{-10}{3} \cdot 7$ $-5x = \frac{-70}{3}$ $-5x : (-5) = \frac{-70}{3} : (-5)$ $x = \frac{14}{3}$

Activité 5 • Équations du type $ax + b = c$

1 Résous, par graphe, l'équation $3x + 2 = 14$. Observe les flèches réciproques du graphe afin de compléter la seconde méthode de résolution.

$$3x + 2 = 14$$

$$\begin{array}{l} -2 \\ \hline 3x + 2 - 2 = 14 - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} :3 \\ \hline 3x : 3 = 12 : 3 \end{array}$$

$$x = 4$$

2 Tu viens de voir que pour résoudre une équation du type $ax + b = c$, on neutralise d'abord le terme « gêneur », puis le facteur « gêneur ».

Dans chaque équation ci-dessous, entoure en rouge le terme à neutraliser et en vert le facteur.

$2x + 8 = 18$	$6 = -2x - 5$	$5 = -7 + 3x$	$-9 + 3x = 3$
$-6x + \frac{1}{2} = 3$	$7 - \frac{1}{5}x = -\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2} - 5x = 4$	$\frac{x}{2} + 1 = \frac{5}{4}$

3 Pour chaque équation, écris les égalités traduisant les propriétés utilisées et note la valeur de x .

$+5 \left[\begin{array}{l} 2x - 5 = 3 \\ \hline 2x - 5 + 5 = 3 + 5 \end{array} \right] + 5$ $:2 \left[\begin{array}{l} 2x = 8 \\ \hline 2x : 2 = 8 : 2 \end{array} \right] : 2$ $x = 4$	$-1 \left[\begin{array}{l} -2 = \frac{x}{3} + 1 \\ \hline -2 - 1 = \frac{x}{3} + 1 - 1 \end{array} \right] - 1$ $\cdot 3 \left[\begin{array}{l} -3 = \frac{x}{3} \\ \hline -3 \cdot 3 = \frac{x}{3} \cdot 3 \end{array} \right] \cdot 3$ $-9 = x$
---	---

4 Pour chaque équation, complète les flèches, écris les égalités traduisant les propriétés utilisées et note la valeur de x.

$-4 \left[\begin{array}{l} -3x + 4 = -2 \\ -3x + 4 - 4 = -2 - 4 \end{array} \right] -4$ $: (-3) \left[\begin{array}{l} -3x = -6 \\ -3x : (-3) = -6 : (-3) \end{array} \right] : (-3)$ $x = 2$	$+5 \left[\begin{array}{l} \frac{2x}{3} - 5 = 1 \\ \frac{2x}{3} - 5 + 5 = 1 + 5 \end{array} \right] +5$ $\cdot 3 \left[\begin{array}{l} \frac{2x}{3} = 6 \\ \frac{2x}{3} \cdot 3 = 6 \cdot 3 \end{array} \right] \cdot 3$ $: 2 \left[\begin{array}{l} 2x = 18 \\ 2x : 2 = 18 : 2 \end{array} \right] : 2$ $x = 9$
$-6 \left[\begin{array}{l} -4 = 5x + 6 \\ -4 - 6 = 5x + 6 - 6 \end{array} \right] -6$ $: 5 \left[\begin{array}{l} -10 = 5x \\ -10 : 5 = 5x : 5 \end{array} \right] : 5$ $-2 = x$	



5 Résous les équations suivantes en utilisant les propriétés des égalités.

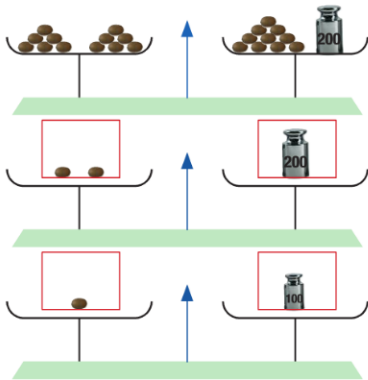
$4x - 9 = 7$ $4x - 9 + 9 = 7 + 9$ $4x = 16$ $4x : 4 = 16 : 4$ $x = 4$	$5 + 3x = 0$ $5 - 5 + 3x = 0 - 5$ $3x = -5$ $3x : 3 = -5 : 3$ $x = -\frac{5}{3}$	$3 - 5x = -2$ $3 - 3 - 5x = -2 - 3$ $-5x = -5$ $-5x : (-5) = -5 : (-5)$ $x = 1$
$-4 = -5 + 2x$ $-4 + 5 = -5 + 5 + 2x$ $1 = 2x$ $1 : 2 = 2x : 2$ $\frac{1}{2} = x$	$-4x + 2 = -6$ $-4x + 2 - 2 = -6 - 2$ $-4x = -8$ $-4x : (-4) = -8 : (-4)$ $x = 2$	$5 = 4 - 2x$ $5 - 4 = 4 - 4 - 2x$ $1 = -2x$ $1 : (-2) = -2x : (-2)$ $-\frac{1}{2} = x$
$-5 + \frac{x}{2} = -4$ $-5 + 5 + \frac{x}{2} = -4 + 5$ $\frac{x}{2} = 1$ $\frac{x}{2} \cdot 2 = 1 \cdot 2$ $x = 2$	$3x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ $3x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ $3x = \frac{2}{6} + \frac{3}{6}$ $3x = \frac{5}{6}$ $3x : 3 = \frac{5}{6} : 3$ $x = \frac{5}{18}$	$\frac{3x}{2} + 2 = -3$ $\frac{3x}{2} + 2 - 2 = -3 - 2$ $\frac{3x}{2} = -5$ $\frac{3x}{2} \cdot 2 = -5 \cdot 2$ $3x = -10$ $3x : 3 = -10 : 3$ $x = -\frac{10}{3}$

Activité 6 • Équations du type $ax + b = cx + d$

- 1 Lisa et Anaïs ont accompagné leur maman au marché et ont ramené chacune un sachet contenant des kiwis. Lisa dépose son sachet sur le plateau de gauche d'une balance et Anaïs met le sien sur le plateau de droite. Elles remarquent que la balance n'est pas en équilibre. Anaïs dépose alors un poids de 200 g à côté de son sachet et la balance est en équilibre. Elles sortent alors les kiwis de leur sachet et elles s'aperçoivent que Lisa en a 12 et Anaïs 10.



Sachant que les kiwis ont été calibrés et qu'ils ont tous la même masse, détermine à l'aide des balances la masse d'un kiwi.



Résolution de l'équation

$$12x = 10x + 200$$

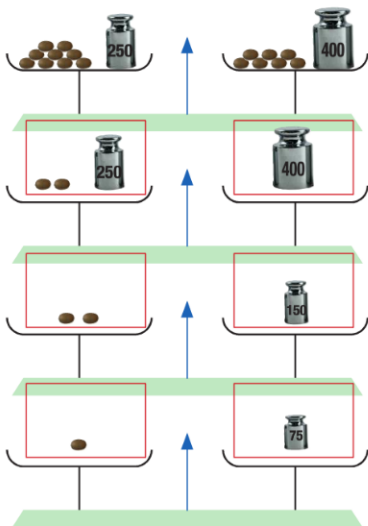
$$2x = 200$$

$$x = 100$$

- 2 La semaine suivante, les deux enfants recommencent la même expérience. Mais cette fois, Anaïs dépose un poids de 400 g à côté de son sachet de kiwis et la balance penche de son côté. Lisa met un poids de 250 g sur son plateau et la balance est en équilibre. Elles sortent alors les kiwis de leur sachet et elles s'aperçoivent que Lisa en a 9 et Anaïs 7.



Sachant que les kiwis de cette semaine sont d'un autre calibre mais qu'ils ont tous la même masse, détermine à l'aide des balances la masse d'un kiwi.



Résolution de l'équation

$$9x + 250 = 7x + 400$$

$$2x + 250 = 400$$

$$2x = 150$$

$$x = 75$$

- 3 Vérifie la solution de chacune des deux équations trouvées précédemment.

$$12x = 10x + 200$$

$$9x + 250 = 7x + 400$$

$$x = 100 \Rightarrow 12 \cdot 100 = 10 \cdot 100 + 200$$

$$x = 75 \Rightarrow 9 \cdot 75 + 250 = 7 \cdot 75 + 400$$

$$1200 = 1200$$

$$675 + 250 = 525 + 400$$

$$925 = 925$$

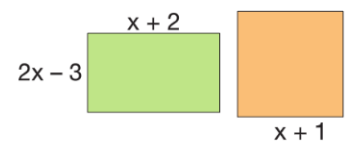


4 Résous les équations suivantes.

$13x - 8 = 7x - 2$	$x + 6 = 4x - 10$	$-5 + x = -4 + 2x$
$13x - 7x - 8 = 7x - 7x - 2$	$x - x + 6 = 4x - x - 10$	$-5 + x - x = -4 + 2x - x$
$6x - 8 = -2$	$6 = 3x - 10$	$-5 = -4 + x$
$6x - 8 + 8 = -2 + 8$	$6 + 10 = 3x - 10 + 10$	$-5 + 4 = -4 + 4 + x$
$6x = 6$	$16 = 3x$	$-1 = x$
$6x : 6 = 6 : 6$	$16 : 3 = 3x : 3$	
$x = 1$	$\frac{16}{3} = x$	
$7 - 2x = 3x - 3$	$15 + 6x = -8x + 1$	$4 - x = 3x - 9$
$7 - 2x + 2x = 3x + 2x - 3$	$15 + 6x + 8x = -8x + 8x + 1$	$4 - x + x = 3x + x - 9$
$7 = 5x - 3$	$15 + 14x = 1$	$4 = 4x - 9$
$7 + 3 = 5x - 3 + 3$	$15 - 15 + 14x = 1 - 15$	$4 + 9 = 4x - 9 + 9$
$10 = 5x$	$14x = -14$	$13 = 4x$
$10 : 5 = 5x : 5$	$14x : 14 = -14 : 14$	$13 : 4 = 4x : 4$
$2 = x$	$x = -1$	$\frac{13}{4} = x$
$-3x + 2 = -5x + 8$	$-5x + 3 = 2x + 3$	$-4x - 1 = -7x - 4$
$-3x + 5x + 2 = -5x + 5x + 8$	$-5x + 5x + 3 = 2x + 5x + 3$	$-4x + 7x - 1 = -7x + 7x - 4$
$2x + 2 = 8$	$3 = 7x + 3$	$3x - 1 = -4$
$2x + 2 - 2 = 8 - 2$	$3 - 3 = 7x + 3 - 3$	$3x - 1 + 1 = -4 + 1$
$2x = 6$	$0 = 7x$	$3x = -3$
$2x : 2 = 6 : 2$	$0 : 7 = 7x : 7$	$3x : 3 = -3 : 3$
$x = 3$	$0 = x$	$x = -1$

Activité 7 • Équations plus complexes

1 Afin de déterminer la valeur de x pour laquelle le périmètre du rectangle est égal à celui du carré ...



a) note l'équation exprimant que les deux périmètres sont égaux.

$$2 \cdot (2x - 3) + 2 \cdot (x + 2) = 4 \cdot (x + 1)$$

b) réduis chaque membre pour mettre cette équation sous la forme $ax + b = cx + d$.

$$4x - 6 + 2x + 4 = 4x + 4$$

$$6x - 2 = 4x + 4$$

Résous cette équation.

$$6x - 4x - 2 = 4x - 4x + 4$$

$$2x - 2 = 4$$

$$2x - 2 + 2 = 4 + 2$$

$$2x = 6$$

$$2x : 2 = 6 : 2$$

$$x = 3$$

Vérifie que les deux périmètres sont égaux pour la valeur de x trouvée.

$$\text{Longueur du rectangle : } x + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$\text{Largeur du rectangle : } 2x - 3 = 2 \cdot 3 - 3 = 6 - 3 = 3$$

$$\text{Périmètre du rectangle : } 2 \cdot (5 + 3) = 2 \cdot 8 = 16$$

$$\text{Côté du carré : } x + 1 = 3 + 1 = 4$$

$$\text{Périmètre du carré : } 4 \cdot 4 = 16$$



2 Résous les équations suivantes après avoir réduit les termes semblables de chaque membre.

$$8 - 3x - 5 = 2x - 12$$

$$3 - 3x = 2x - 12$$

$$3 - 3x + 3x = 2x + 3x - 12$$

$$3 = 5x - 12$$

$$3 + 12 = 5x - 12 + 12$$

$$15 = 5x$$

$$15 : 5 = 5x : 5$$

$$3 = x$$

$$-4x + 3 + 2x - 1 = 5 - 3x - 7$$

$$-2x + 2 = -2 - 3x$$

$$-2x + 3x + 2 = -2 - 3x + 3x$$

$$x + 2 = -2$$

$$x + 2 - 2 = -2 - 2$$

$$x = -4$$

$$9x - 9 - 7x = -x + 6$$

$$2x - 9 = -x + 6$$

$$2x + x - 9 = -x + x + 6$$

$$3x - 9 = 6$$

$$3x - 9 + 9 = 6 + 9$$

$$3x = 15$$

$$3x : 3 = 15 : 3$$

$$x = 5$$

$$7x - 4x - 2 = 6x - 3 + 2x + 1$$

$$3x - 2 = 8x - 2$$

$$3x - 3x - 2 = 8x - 3x - 2$$

$$-2 = 5x - 2$$

$$-2 + 2 = 5x - 2 + 2$$

$$0 = 5x$$

$$0 : 5 = 5x : 5$$

$$0 = x$$

3 Résous les équations suivantes après avoir supprimé les parenthèses.

$$3 \cdot (x - 2) - (2x + 5) = 4x - 1$$

$$3x - 6 - 2x - 5 = 4x - 1$$

$$x - 11 = 4x - 1$$

$$-11 + 1 = 4x - x$$

$$-10 = 3x$$

$$-10 : 3 = x$$

$$\frac{-10}{3} = x$$

$$3 + (1 - 4x) = 7x - 5 \cdot (x - 2) - 4$$

$$3 + 1 - 4x = 7x - 5x + 10 - 4$$

$$4 - 4x = 2x + 6$$

$$4 - 6 = 2x + 4x$$

$$-2 = 6x$$

$$-2 : 6 = x$$

$$\frac{-1}{3} = x$$

Activité 8 • Exercices de synthèse

1 Détermine mentalement la solution de chaque équation.

Équation	Solution
$x + 3 = -4$	-7
$5 = x - 2$	7
$x - \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$	$\frac{7}{10}$

Équation	Solution
$8 + 3x = -1$	-3
$3x = -7$	$-\frac{7}{3}$
$5x = -\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{15}$

Équation	Solution
$-2x = 4$	-2
$0 = 4x - 3$	$\frac{3}{4}$
$4 = \frac{3}{2} + x$	$\frac{5}{2}$

2 Résous les équations suivantes.

$$-1 = 5 + 3x$$

$$\mathbf{-1 - 5 = 3x}$$

$$\mathbf{-6 = 3x}$$

$$\mathbf{-6 : 3 = x}$$

$$\mathbf{-2 = x}$$

$$5x + 10 = 3x + 4$$

$$\mathbf{5x - 3x = 4 - 10}$$

$$\mathbf{2x = -6}$$

$$\mathbf{x = -6 : 2}$$

$$\mathbf{x = -3}$$

$$-8 + 2x = 10$$

$$\mathbf{2x = 10 + 8}$$

$$\mathbf{2x = 18}$$

$$\mathbf{x = 18 : 2}$$

$$\mathbf{x = 9}$$

$$9 - 3x = 4x - 4$$

$$\mathbf{9 + 4 = 4x + 3x}$$

$$\mathbf{13 = 7x}$$

$$\mathbf{13 : 7 = x}$$

$$\mathbf{\frac{13}{7} = x}$$

$$4 - 2x = 6$$

$$\mathbf{-2x = 6 - 4}$$

$$\mathbf{-2x = 2}$$

$$\mathbf{x = 2 : (-2)}$$

$$\mathbf{x = -1}$$

$$-4x + 3 = 3x - 4$$

$$\mathbf{3 + 4 = 3x + 4x}$$

$$\mathbf{7 = 7x}$$

$$\mathbf{7 : 7 = x}$$

$$\mathbf{1 = x}$$

$$3x - 12 + 5x = 7x - 8 - x$$

$$\mathbf{8x - 12 = 6x - 8}$$

$$\mathbf{8x - 6x = -8 + 12}$$

$$\mathbf{2x = 4}$$

$$\mathbf{x = 4 : 2}$$

$$\mathbf{x = 2}$$

$$8 + 2 \cdot (x - 1) = 7 - (x + 4)$$

$$\mathbf{8 + 2x - 2 = 7 - x - 4}$$

$$\mathbf{6 + 2x = 3 - x}$$

$$\mathbf{2x + x = 3 - 6}$$

$$\mathbf{3x = -3}$$

$$\mathbf{x = -3 : 3}$$

$$\mathbf{x = -1}$$

3 Relie chaque équation à sa solution.

$2x + 7 = 15$	•	•	-3
$5x - 12 = -27$	•	•	1
$14 = 8 + 2x$	•	•	4
$2 = 7x - 5$	•	•	3
$-3x + 2 = 8$	•	•	-2

$\frac{x}{2} - 3 = 3$	•	•	-3
$5 = \frac{x}{3} + 6$	•	•	9
$\frac{2x}{3} + 1 = 7$	•	•	12
$\frac{3}{2} = -1 + \frac{x}{2}$	•	•	6
$4 = 5 - \frac{x}{6}$	•	•	5

Activité 9 • Préparation à la résolution de problèmes

1 Pour chaque situation, complète les cases vides par des expressions algébriques en tenant compte du choix de l'inconnue.

a) Agathe et sa sœur jumelle Zélie collectionnent des perles. Zélie en possède trois fois plus qu'Agathe.

Nombre de perles d'Agathe	Nombre de perles de Zélie	Nombre total de perles des sœurs jumelles
x	3x	4x
$\frac{x}{3}$	x	$\frac{4x}{3}$

b) Au second contrôle de français, Pascal a obtenu 5 points de plus qu'au premier.

Points obtenus au 1 ^{er} contrôle	Points obtenus au 2 ^e contrôle	Total des points obtenus pour les deux contrôles
x	x + 5	2x + 5
x - 5	x	2x - 5

c) La largeur d'un champ rectangulaire mesure 25 m de moins que sa longueur.

Longueur du rectangle	Largeur du rectangle	Périmètre du rectangle
x	x - 25	4x - 50
x + 25	x	4x + 50

2 Dans chaque cas, entoure l'équation qui traduit l'énoncé du problème.

a) Si on soustrait 3 du double d'un nombre (x) et qu'on multiplie cette différence par 5, on obtient 20. Quel est ce nombre ?

$2 \cdot (x - 3) \cdot 5 = 20$ $(3 - 2x) \cdot 5 = 20$ **$(2x - 3) \cdot 5 = 20$**

b) Un cycliste pèse 55 kg de plus que son vélo. Ils pèsent ensemble 77 kg. Quelle est la masse (x) du vélo ?

$x + 55 = 77$ **$x + x + 55 = 77$** $x - 55 = 77$



c) La longueur d'un champ rectangulaire mesure 75 m de plus que sa largeur (x). Sachant que le périmètre est de 950 m, détermine les dimensions de ce champ.

$x + x + 75 = 950$ $x \cdot (x + 75) = 950$ **$(x + x + 75) \cdot 2 = 950$**

d) La largeur d'un rectangle mesure 5 cm de moins que sa longueur (x). Sachant que son aire mesure 300 cm², détermine les dimensions de ce rectangle.

$x \cdot (x + 5) = 300$ **$x \cdot (x - 5) = 300$** $x + (x - 5) = 300$

3 Pour chaque problème :

- choisis l'inconnue x et complète les premières colonnes du tableau avec des expressions littérales contenant la lettre x ;
- dans la dernière colonne, écris une équation traduisant le problème.

a) Trois personnes se partagent une somme de 1900 €. La deuxième reçoit 70 € de plus que la première et la troisième a le double de la première moins 150 €. Calcule la part de chacune.

Part 1	Part 2	Part 3	Mise en équation
x	$x + 70$	$2x - 150$	$x + (x + 70) + (2x - 150) = 1900$

b) Dans un triangle ABC, l'amplitude de l'angle \hat{A} est de 100° . Sachant que l'amplitude de l'angle \hat{B} est le triple de celle de l'angle \hat{C} , détermine l'amplitude des angles \hat{B} et \hat{C} .

$ \hat{A} $	$ \hat{B} $	$ \hat{C} $	Mise en équation
100°	$3x$	x	$100 + 3x + x = 180$

c) Un randonneur décide de s'entraîner pendant quatre jours. Il se fixe comme objectif de parcourir 90 km durant ces quatre jours en augmentant chaque jour la distance parcourue la veille de 5 km. Quelle distance doit-il parcourir le premier jour ?

1 ^{er} jour	2 ^e jour	3 ^e jour	4 ^e jour	Mise en équation
x	$x + 5$	$x + 10$	$x + 15$	$x + (x + 5) + (x + 10) + (x + 15) = 90$

d) Un rectangle et un carré ont la même aire. La longueur du rectangle mesure 6 cm de plus que le côté du carré et sa largeur 2 cm de moins. Détermine leurs dimensions.

Côté du carré	Longueur du rectangle	Largeur du rectangle	Mise en équation
x	$x + 6$	$x - 2$	$x \cdot x = (x + 6) \cdot (x - 2)$

Activité 10 • Problèmes

1 Résous les problèmes ci-dessous en complétant la structure proposée.

a) Partage une somme de 210 € entre deux frères de telle façon que l'aîné reçoive le double du cadet.

Choix de l'inconnue

Part du cadet : x

Part de l'aîné : $2x$

Mise en équation

$x + 2x = 210$

Résolution de l'équation

$3x = 210$

$x = 210 : 3$

$x = 70$

Solution du problème

Le cadet a reçu 70 €

et l'aîné 140 € .

Vérification

Part du cadet : 70

Part de l'aîné : 140 = 2 · 70

Somme partagée : 70 + 140 = 210

- b) La longueur d'un terrain de jeu rectangulaire mesure 50 m de plus que sa largeur. Si tu sais que le périmètre est de 820 m, calcule les dimensions de ce terrain.

Choix de l'inconnue

Largeur du terrain : x
 Longueur du terrain : $x + 50$

Solution du problème

Le terrain mesure **180 m**
 sur **230 m**.

Mise en équation

$2x + 2 \cdot (x + 50) = 820$

Résolution de l'équation

$2x + 2x + 100 = 820$
 $4x = 720$
 $x = 180$

Vérification

Comparaison longueur - largeur :

$180 + 50 = 230 \text{ m}$

Périmètre du terrain :

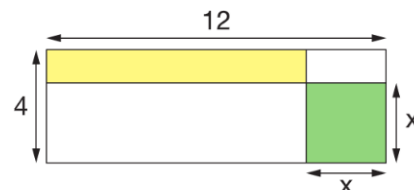
$2 \cdot 180 + 2 \cdot 230$
 $= 360 + 460$
 $= 820 \text{ m}$



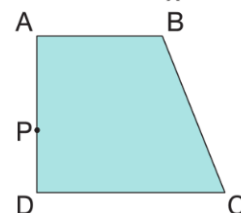
2 Résous (sur une feuille annexe) les problèmes suivants en utilisant la démarche décrite ci-dessus.

- a) La somme de trois nombres entiers consécutifs est 66. Quels sont ces trois nombres ?
Les trois nombres sont 21, 22 et 23.
- b) Partage la somme de 340 € entre Pierre et Ludivine de telle façon que Ludivine reçoive 80 € de plus que Pierre.
Part de Pierre : 130 € Part de Ludivine : 210 €
- c) Quel est le nombre dont le quadruple diminué de 18 égale le triple augmenté de 7 ?
Le nombre est 25.
- d) Une somme d'argent a été partagée entre trois personnes. La première en a reçu les 2/9, la deuxième le 1/4 et la troisième a reçu 20 € de plus que la deuxième. Calcule la somme partagée et la part de chaque personne.
Somme : 72 € Les trois parts : 16 €, 18 € et 38 €
- e) Les quatre membres d'une famille ont ensemble 146 ans. La mère a 2 ans de moins que le père. Le fils a 2 ans de plus que la fille mais aussi la moitié de l'âge de son père. Détermine l'âge de chacun.
Père : 50 ans Mère : 48 ans Fils : 25 ans Fille : 23 ans
- f) Un des angles aigus d'un triangle rectangle mesure 17° de plus que l'autre angle aigu. Calcule l'amplitude des angles du triangle.
 90° , $36,5^\circ$ et $53,5^\circ$
- g) Sachant que l'amplitude de l'angle \hat{A} d'un triangle ABC mesure 12° de plus que celle de l'angle \hat{B} et 30° de moins que celle de l'angle \hat{C} , calcule l'amplitude des trois angles du triangle.
 $|\hat{A}| = 54^\circ$ $|\hat{B}| = 42^\circ$ $|\hat{C}| = 84^\circ$
- h) Une somme d'argent de 2400 € est placée pendant deux ans à un certain taux. Sachant que les intérêts rapportés par cette somme au bout de deux ans s'élèvent à 156 €, détermine le taux de placement.
Taux : 3,25 %

- i) Détermine la valeur de x pour que les aires des figures colorées soient égales.
 x vaut 3 m



- j) Dans le trapèze rectangle ABCD, $|AB| = 4 \text{ cm}$, $|DC| = 6 \text{ cm}$ et $|AD| = 5 \text{ cm}$. Détermine à quelle distance du point A il faut placer le point P sur le côté [AD] pour que les aires des triangles ABP et DCP soient égales.
 $|AP| = 3 \text{ cm}$



- k) Une petite entreprise de fonderie produit en un jour 150 pièces, les unes de 45 kg et les autres de 36 kg. Sachant que la production journalière est de 5958 kg, détermine le nombre de pièces de chaque sorte.

Il y a 62 pièces de 45 kg et 88 pièces de 36 kg.